Problema sobre heterocedasticidad 3.

Se ha estimado un modelo lineal para estimar las ventas (Y) en función del precio (X), se han ordenado los datos de menor a mayor y se han obtenido las siguientes regresiones:

$$\hat{y}_i = 1{,}1 + 1{,}5x_i, \quad i = 1, \ldots, 10. \quad \sum_{i=1}^{10} e_i^2 = 230.$$

$$\hat{y}_i = 20{,}1 + 0{,}5x_i, \quad i = 16, \ldots, 25. \quad \sum_{i=16}^{25} e_i^2 = 43230.$$

Se pide:

a) Analice la presencia de heterocedasticidad.

b) Suponiendo que existe heterocedasticidad y que la relación entre la varianza de las perturbaciones y el precio es cuadrática, transforme el modelo para que sea homocedástico.

Solución

a) Usaremos el contraste de Goldfeld-Quandt:

$$F = \frac{43230/8}{230/8} = 187.95 > F_{8,8(5\%)} = 3{,}438$$

Por tanto, rechazamos la hipótesis nula de homocedasticidad al 95% de confianza; es decir, con un nivel de confianza del 95%, las perturbaciones aleatorias son heterocedásticas.

b) Según el enunciado:

$$Var(u_t) = \sigma^2 x_i^2 .$$

De esta forma, la matriz de transformación sería:

$$T = \begin{pmatrix} \frac{1}{x_1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \frac{1}{x_{25}} \end{pmatrix}$$

Efectivamente,

$$Var(u_t^*) = Var\left(\frac{1}{x_i} u_i\right) = \frac{1}{x_i^2} Var(u_t) = \frac{1}{x_i^2} \sigma^2 x_i^2 = \sigma^2.$$